

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. Алексеева»
АРЗАМАССКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института:

_____ Глебов В.В.
« 02 » _____ июня _____ 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.10 Уравнения математической физики

(индекс и наименование дисциплины по учебному плану)

для подготовки бакалавров

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

(код и направление подготовки)

Направленность Математическое и программное обеспечение систем обработки информации

(наименование профиля, программы магистратуры)

и управления

Форма обучения очная

(очная, очно-заочная, заочная)

Год начала подготовки 2023

Объем дисциплины 144/4

(часов/з.е)

Промежуточная аттестация экзамен

(экзамен, зачет с оценкой, зачет)

Выпускающая кафедра Прикладная математика

(наименование кафедры)

Кафедра-разработчик Прикладная математика

(наименование кафедры)

Разработчик(и): Зюзина Наиля Юрьевна

(ФИО, ученая степень, ученое звание)

г. Арзамас
2023 г.

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО 3++) по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика, утвержденного приказом Минобрнауки России от 10 января 2018 № 11 на основании учебного плана, принятого Ученым советом АПИ НГТУ, протокол от 23.05.2023 г. № 5

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры-разработчика, протокол от 12.05.2023 № 2/1

Заведующий кафедрой _____ Пакшин П.В.
(подпись) (ФИО)

Рабочая программа рекомендована к утверждению УМК АПИ НГТУ,
протокол от 02.06.2023 г. № 6

Зам. директора по УР _____ Шурыгин А.Ю.
(подпись)

Рабочая программа зарегистрирована в учебном отделе № 01.03.04 - 43

Начальник УО _____ Мельникова О.Ю.
(подпись)

Заведующая отделом библиотеки _____ Старостина О.Н.
(подпись)

Оглавление

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	4
1.1. Цель освоения дисциплины (модуля)	4
1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля)	4
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....	4
3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	4
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	5
4.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ по семестрам	5
4.2 Содержание дисциплины, структурированное по разделам, темам.....	6
5. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ).....	8
5.1. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания	8
5.2. Оценочные средства для контроля освоения дисциплины	12
5.2.1 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в ходе текущего контроля успеваемости	12
5.2.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе промежуточной аттестации по дисциплине	17
5.3. Процедура оценивания результатов обучения по дисциплине	26
6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	28
6.1 Основная литература	28
6.2 Дополнительная литература	28
6.3 Методические указания, рекомендации и другие материалы к занятиям	28
7. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	28
7.1 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля), включая электронные библиотечные и информационно-справочные системы	28
8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ	29
9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ).....	29
10. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	30
10.1 Общие методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины, образовательные технологии.....	30
10.2 Методические указания для занятий лекционного типа	30
10.3 Методические указания по освоению дисциплины на занятиях практического типа.....	31
10.4 Методические указания по самостоятельной работе студентов	31
10.5 Методические указания для выполнения РГР.....	31
10.6 Методические указания по обеспечению образовательного процесса	31

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

1.1. Цель освоения дисциплины (модуля)

Целями освоения дисциплины «Уравнения математической физики» является подготовка студентов к выполнению профессиональных задач в рамках трудовой деятельности по профессиональному стандарту 40.011 «Проведение научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок» в рамках обобщенной трудовой функции «Проведение научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок по отдельным разделам темы» и формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков по решению дифференциальных уравнений с частными производными, изучение математических основ моделирования физических процессов, возникающих в механике, электродинамике, оптике, теории теплопередачи и т.д., изучении основных методов аналитического решения линейных дифференциальных уравнений с частными производными и применение их при решении прикладных задач.

1.2. Задачи освоения дисциплины (модуля)

Задачами дисциплины «Уравнения математической физики» является подготовка к решению профессиональных задач: изучение основных принципов создания математической модели процессов на базе стандартных уравнений с частными производными; определение методов решений созданных математических моделей для описания, исследования и решения практических задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений ОП ВО.

Дисциплина базируется на следующих дисциплинах: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Физика», «Дифференциальные уравнения» и «Теория функций комплексного переменного»

Результаты обучения, полученные при освоении дисциплины, необходимы при изучении следующих дисциплин «Специальные численные методы», «Теоретические основы инерциальной навигации» и при выполнении выпускной квалификационной работы.

Рабочая программа дисциплины «Уравнения математической физики» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Процесс изучения дисциплины «Уравнения математической физики» направлен на формирование элементов профессиональной компетенции ПКС-2 в соответствии с ОП ВО по направлению подготовки 01.03.04 «Прикладная математика».

Таблица 3.1 – Формирование компетенций дисциплинами

Код компетенции / наименование дисциплин, формирующих компетенцию совместно	Семестры формирования дисциплины							
	Компетенции берутся из УП по направлению подготовки бакалавра							
	1	2	3	4	5	6	7	8
ПКС-2								
Численные методы					✓			
Уравнения математической физики						✓		
Теория управления							✓	
Специальные численные методы							✓	
Численные методы алгебры							✓	
Имитационное моделирование								✓
Преддипломная практика								✓
Выполнение и защита ВКР								✓

Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине «Уравнения математической физики», соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП, представлен в табл. 3.2.

Таблица 3.2 – Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОП

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине		
ПКС-2 Способен проводить аналитические и имитационные исследования	ИПКС-2.1. Изучает современные методы исследования различных систем и процессов.	Знать: - основные типы уравнений математической физики; - методы точного решения базовых уравнений математической физики.	Уметь: - решать типовые задачи математической физики; - сводить прикладные задачи к уравнениям математической физики; - применять полученные знания для решения прикладных естественнонаучных и профессиональных задач.	Владеть: - классическими методами решения задач уравнений математической физики; - методами сведения прикладных задач к задачам математической физики; - навыками математической формализации прикладных задач, анализа и интерпретации решений соответствующих математических моделей

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

4.1 Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ по семестрам

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зач. ед. или 144 часа, распределение часов по видам работ по семестрам представлено в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ по семестрам для студентов очной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость в час	
	Всего час.	В т.ч. по семестрам 6 семестр
Формат изучения дисциплины	с использованием элементов электронного обучения	
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	144	144
1. Контактная работа:	63	63
1.1. Аудиторная работа, в том числе:	56	56
занятия лекционного типа (Л)	36	36
занятия семинарского типа (ПЗ – семинары, практические занятия и др.)	20	20
лабораторные работы (ЛР)		
1.2. Внеаудиторная, в том числе	7	7
курсовая работа (проект) (КР/КП) (консультация, защита)	1	1
текущий контроль, консультации по дисциплине	4	4
контактная работа на промежуточном контроле (КРА)	2	2
2. Самостоятельная работа (СРС)	81	81
реферат/эссе (подготовка)		
расчётно-графическая работа (РГР) (подготовка)	18	18
контрольная работа		
курсовая работа/проект (КР/КП) (подготовка)		
самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиум и т.д.)	27	27
Подготовка к экзамену (контроль)*	36	36
Подготовка к зачету / зачету с оценкой (контроль)		

4.2 Содержание дисциплины, структурированное по разделам, темам

Таблица 4.2 – Содержание дисциплины, структурированное по темам, для студентов очной формы обучения

Планируемые (контролируемые) результаты освоения: код УК; ОПК; ПК и индикаторы достижения компетенций	Наименование разделов, тем	Виды учебной работы (час)				Вид СРС
		Контактная работа			Самостоятельная работа студентов	
		Лекции	Лабораторные работы	Практические занятия		
6 семестр						
ПКС-2 ИПКС-2.1	Раздел 1. Уравнения в частных производных					
	Тема 1.1 Уравнения в частных производных 1го порядка Тема 1.2 Линейные уравнения Тема 1.3 Квазилинейные уравнения Тема 1.4 Нелинейные уравнения	4			2	Подготовка к лекциям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]
	Практическая работа № 1. Уравнения в частных производных первого порядка			2	2	Подготовка к практическим занятиям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]
	Итого по 1 разделу	4		2	4	
	Раздел 2. Уравнения математической физики					
	Тема 2.1 Уравнения в частных производных второго порядка. Классификация.	2			2	Подготовка к лекциям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]
	Практическая работа № 2. Классификация уравнений второго порядка			2	2	Подготовка к практическим занятиям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]
	Итого по 2 разделу	2		2	4	
	Раздел 3. Уравнения гиперболического типа					
	Тема 3.1. Задачи, приводящие к уравнению гиперболического типа. Тема 3.2. Уравнение колебания на бесконечной прямой. Формула Даламбера. Тема 3.3. Физический смысл формулы Даламбера. Тема 3.4. Уравнение колебания на полуограниченной прямой Тема 3.5. Уравнение колебания на отрезке. Метод Фурье. Тема 3.6. Задача без начальных условий. Тема 3.7. Обобщенная краевая задача Тема 3.8. Теорема единственности решения уравнений гиперболического типа	10			2	Подготовка к лекциям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]
	Практическая работа № 3. Формула Даламбера. Практическая работа № 4. Метод продолжений для уравнений гиперболического типа. Практическая работа № 5. Метод Фурье для задач колебания			6	2	Подготовка к практическим занятиям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]
	Итого по 3 разделу	10		6	4	
	Раздел 4. Уравнения параболического типа					
	Тема 4.1. Задачи, приводящие к уравнению параболического типа. Тема 4.2. Теорема единственности решения уравнений гиперболического типа. Принцип максимального значения.	4			2	Подготовка к лекциям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]

Тема 4.3. Метод Фурье для бесконечного стержня. Тема 4.4. Теплопроводность для полу бесконечного стержня, метод продолжений. Тема 4.5. Метод Фурье для конечного стержня.					
Практическая работа № 6. Метод Фурье для конечного стержня. Практическая работа № 7. Метод Фурье для бесконечного стержня.			4	3	Подготовка к практическим занятиям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]
Итого по 4 разделу	4		4	5	
Раздел 5. Уравнения эллиптического типа					
Тема 5.1. Задачи, приводящие к уравнению эллиптического типа. Уравнение Лапласа, Гельмгольца. Тема 5.2. Задачи Дирихле и Неймана Тема 5.3. Уравнение Лапласа в криволинейной системе координат Тема 5.4. Частные решения уравнения Лапласа. Тема 5.5. Интегральные формулы Грина. Тема 5.6. Основные свойства гармонических функций. Тема 5.7. Метод Фурье для задач Дирихле для круга (кольца, сектора) и прямоугольной области Тема 5.8. Функции Грина и их свойства Метод функций Грина. Тема 5.9. Решение задач Дирихле для шара и полупространства.	10			2	Подготовка к лекциям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]
Практическая работа № 8. Метод Фурье для задач Дирихле и Неймана. Практическая работа № 9. Функции Грина			4	2	Подготовка к практическим занятиям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]
Итого по 5 разделу	10		4	4	
Раздел 6. Специальные функции их применение					
Тема 6.1. Интегралы Эйлера. Тема 6.2. Цилиндрические функции Тема 6.3. Полиномы Лежандра Тема 6.4. Сферические функции. Тема 6.5. Применение специальных функций при решении уравнений математической физики.	6			3	Подготовка к лекциям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]
Практическая работа №10. Решение уравнений математической физики с использованием специальных функций			2	3	Подготовка к практическим занятиям [6.1.1-6.1.5], [6.2.1-6.2.4]
Итого по 6 разделу	6		2	6	
РГР				18	Подготовка по выполнению РГР [6.3.2]
Итого по дисциплине	36		20	45	

Используемые активные и интерактивные технологии приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 - Используемые активные и интерактивные образовательные технологии

Вид занятий	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий
Лекции	Технология развития критического мышления Дискуссионные технологии
Практические занятия	Технология развития критического мышления Дискуссионные технологии Тестовые технологии Технологии работы в малых группах Технология коллективной работы Информационно-коммуникационные технологии

5. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания

Критерии оценивания результатов обучения и процедуры оценивания компетенций, формируемых в рамках данной дисциплины, приводятся в табл. 5.6.

Оценочные процедуры в рамках текущего контроля проводятся преподавателем дисциплины. На лекциях оценивается активность участия в дискуссионных обсуждениях. Практические занятия проводятся в форме выполнения индивидуальных заданий. При выполнении индивидуального практического задания преподавателем оценивается качество выполненного задания, срок его выполнения, качество и срок оформления отчета, ответы на вопросы преподавателя.

Самостоятельная работа включает подготовку к теоретическим вопросам дисциплины, выполнение РГР в форме индивидуальных заданий и отчетов по практическим занятиям, тестирование.

Тестирование проводится с использованием СДО MOODLE в рамках самостоятельной работы.

Тест содержит 10 тестовых вопросов (время на проведение тестирования 20 минут). На тест дается 2 попытки.

Студент допускается к промежуточной аттестации, если в результате изучения разделов дисциплины ответил верно на 70% вопросов тестов, выполнил контрольную работу и предоставил отчеты по всем практическим работам.

Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания на этапе текущей аттестации представлены в табл. 5.1.

Частью промежуточной аттестации в каждом семестре является РГР, критерии оценки которой представлены в табл. 5.2. Отчет по РГР должен быть сдан перед экзаменом.

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания на этапе промежуточной аттестации представлены в табл. 5.2. и 5.3

Таблица 5.1 – Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания на этапе текущей аттестации

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора компетенции	Показатели контроля успеваемости	Критерии и шкала оценивания		Форма контроля	
			0 баллов	1 баллов		
ПКС-2 Способен проводить аналитические и имитационные исследования	ИПКС-2.1. Изучает современные методы исследования различных систем и процессов.	Знать: - основные типы уравнений математической физики; - методы точного решения базовых уравнений математической физики.	Теоретический материал не изучен или изучен частично. Верно выполнено менее 70% вопросов каждого теста.	Теоретический материал изучен. Верно выполнено 70% и более вопросов каждого теста.	Устное собеседование по вопросам Участие в групповых обсуждениях Тестирование по разделам дисциплины в СДО MOODLE	
		Уметь: - решать типовые задачи математической физики - сводить прикладные задачи к уравнениям математической физики; - применять полученные знания для решения прикладных естественнонаучных и профессиональных задач.	Практические задания и РГР не выполнены или выполнены частично.	Практические задания и РГР выполнены полностью.		Контроль выполнения практических заданий и РГР (см. табл. 4.2)
		Владеть: - классическими методами решения задач уравнений математической физики - методами сведения прикладных задач к задачам математической физики - навыками математической формализации прикладных задач, анализа и интерпретации решений соответствующих математических моделей	Практические задания и РГР выполнены некачественно и/или не в срок.	Практические задания и РГР выполнены качественно и в срок.		Контроль выполнения практических заданий и РГР (см. табл. 4.2)

Таблица 5.2 – Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания на этапе промежуточной аттестации (РГР)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора компетенции	Показатели контроля успеваемости	Критерии и шкала оценивания			Форма контроля
			0 баллов	1 балл	2 балла	
ПКС-2 Способен проводить аналитические и имитационные исследования	ИПКС-2.1. Изучает современные методы исследования различных систем и процессов.	Знать: - основные типы уравнений математической физики; - методы точного решения базовых уравнений математической физики.	Теоретический материал не изучен	Теоретический материал изучен частично	Представлен развернутые ответы на вопросы	Контроль выполнения РГР Ответы на теоретические вопросы
		Уметь: - решать типовые задачи математической физики - сводить прикладные задачи к уравнениям математической физики; - применять полученные знания для решения прикладных естественнонаучных и профессиональных задач. Владеть: - классическими методами решения задач уравнений математической физики - методами сведения прикладных задач к задачам математической физики - навыками математической формализации прикладных задач, анализа и интерпретации решений соответствующих математических моделей	Ответ на вопрос отсутствует	Ответы на вопросы неполные		
			Задания не решены	Задания решены с ошибками или частично	Задания решены полностью и верно	Контроль выполнения РГР

Таблица 5.3 – Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания на этапе промежуточной аттестации (экзамен)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора компетенции	Показатели контроля успеваемости	Критерии и шкала оценивания			Форма контроля
			0 баллов	1 балл	2 балла	
ПКС-2 Способен проводить аналитические и имитационные исследования	ИПКС-2.1. Изучает современные методы исследования различных систем и процессов.	Знать: - основные типы уравнений математической физики; - методы точного решения базовых уравнений математической физики.	Ответ на вопрос отсутствует	Представлен не полный ответ на вопрос	Представлен развернутый ответ на вопрос	Ответ на теоретический вопрос билета
			Ответ на вопрос отсутствует	Представлен не полный ответ на вопрос	Представлен развернутый ответ на вопрос	Ответы на дополнительные вопросы
		Уметь: - решать типовые задачи математической физики - сводить прикладные задачи к уравнениям математической физики; - применять полученные знания для решения прикладных естественнонаучных и профессиональных задач. Владеть: - классическими методами решения задач уравнений математической физики - методами сведения прикладных задач к задачам математической физики - навыками математической формализации прикладных задач, анализа и интерпретации решений соответствующих математических моделей	Задание не решено	Задание решено с ошибками	Задание решено верно	Решение задач билета

Таблица 5.4 – Соответствие набранных баллов и оценки за промежуточную аттестацию (РГР)

Баллы за промежуточную аттестацию		Оценка
Суммарное количество баллов**	Баллы за решение задач**	
0-1	0-1	«не зачтено»
1-2	1-2	«зачтено»

***) количество баллов рассчитывается в соответствии с таблицей 5.2

Таблица 5.5 – Соответствие набранных баллов и оценки за промежуточную аттестацию

Баллы за текущую успеваемость*	Баллы за промежуточную аттестацию		Оценка
	Суммарное количество баллов**	Баллы за решение задач**	
0	0-1	0-1	«неудовлетворительно»
1	1	1	«удовлетворительно»
1	1-2	1-2	«хорошо»
1	2	2	«отлично»

*) количество баллов рассчитывается в соответствии с таблицей 5.1.

***) количество баллов рассчитывается в соответствии с таблицей 5.3.

5.2. Оценочные средства для контроля освоения дисциплины

5.2.1 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности в ходе текущего контроля успеваемости

Для текущего контроля знаний и умений студентов по дисциплине проводится комплексная оценка, включающая:

- выполнение практических заданий, оформление отчетов по практическим занятиям;
- тестирование в СДО MOODLE по различным разделам дисциплины

Типовые задания к практическим занятиям

Практическое занятие №1

Тема: «Уравнения в частных производных первого порядка»

Примерные варианты типовых задач:

1. Найти решение уравнения:

$$2t \frac{\partial u}{\partial t} + x \frac{\partial u}{\partial x} + 3x^2 u = 0.$$

2. Найти решение задачи Коши:

$$1.1) 2 \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x} + xu, \quad u|_{t=0} = 1;$$

$$1.2) xy \frac{\partial z}{\partial x} + xz \frac{\partial z}{\partial y} = yz, \quad z|_{x=1} = 1 + y^2;$$

$$1.3) u = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} - 3xy, \quad u|_{x=5} = 15y;$$

Практическое занятие № 2

Тема: «Классификация уравнений второго порядка»

Примерные варианты типовых задач:

1. Привести уравнение к каноническому виду в каждой из областей, где сохраняется тип рассматриваемого уравнения:

$$1.1) (1+x^2)^2 u_{xx} + u_{yy} + 2x(1+x^2)u_x = 0;$$

$$2.1) x^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} - 3y^2 u_{yy} - 2xu_x + 4yu_y + 16x^4 u = 0.$$

2. С помощью замены $u(x, y) = e^{\alpha x + \beta y} v(x, y)$ привести уравнение к каноническому виду:

$$2u_{xx} + 3u_{xy} + u_{yy} + 7u_x + 4u_y - 2u = 0.$$

3. Привести уравнение к каноническому виду уравнение:

$$u_{xx} + 3u_{yy} + 3u_{zz} - 2u_{xy} - 2u_{xz} - 2u_{yz} - 8u = 0.$$

Практическое занятие № 3

Тема: «Формула Даламбера»

Примерные варианты типовых задач:

1. Решить задачу Коши для уравнения гиперболического типа:

$$e^y u_{xy} - u_{yy} + u_y = 0,$$

$$u(x, y)|_{y=0} = -x^2/2, u_y(x, y)|_{y=0} = -\sin x.$$

2. Неограниченная струна возбуждена локальным начальным отклонением, изображенным на рис. 1. Построить (начертить) положение струны для моментов времени $t_k = kc/4a$, где $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

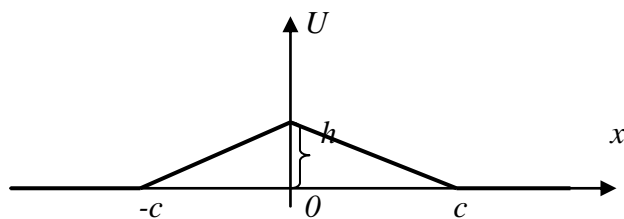


рис. 1.

3. Неограниченной струне сообщена на отрезке $-c \leq x \leq c$ поперечная начальная скорость $V_0 = const$; вне этого отрезка начальная скорость равна нулю. Найти формулы, представляющие закон движения точек струны с различными абсциссами при $t > 0$, и построить (начертить) положения струны для моментов времени $t_k = kc/4a$, где $k = 0, 2, 4, 6$.

Практическое занятие № 4

Тема: «Метод продолжений для уравнений гиперболического типа»

Примерные варианты типовых задач:

1. Полуограниченная струна, закрепленная в конце, возбуждена начальным отклонением, изображенным на рис. 2. Начертить положение струны для моментов времени $t_k = kc/2a$, где $k = 1, 3, 4, 7$.

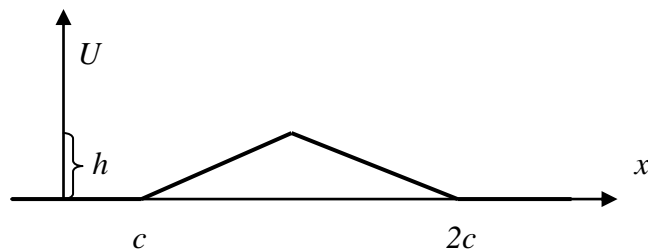


рис. 2.

2. Поперечным сечениям полуограниченного стержня с упруго закрепленным концом сообщены начальные продольные отклонения

$$u(x,0) = \begin{cases} \sin \frac{\pi x}{l} & \text{при } 0 \leq x \leq l, \\ 0 & \text{при } l \leq x \leq +\infty, \end{cases}$$

начальные скорости $u_t(x,0) = 0$. Найти продольные отклонения $u(x,t)$ поперечных сечений стержня при $t > 0$.

3. Решить задачу на полупрямой, продолжая подходящим образом данные на всю прямую $-\infty < x < \infty$:

$$\begin{aligned} u_{tt} &= a^2 u_{xx} + f(x,t), & x > 0, t > 0, \\ u_x(0,t) &= 0, & t > 0, \\ u(x,0) &= 0, u_t(x,0) = 0, & x > 0. \end{aligned}$$

Практическое занятие № 5

Тема: «Метод Фурье для задач колебания»

Примерные варианты типовых задач:

1. В полуполосе $0 < x < l$ для уравнения $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ решить смешанную задачу со следующими условиями:

$$u(0,t) = u(l,t) = 0, \quad u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = \sin \frac{2\pi}{l} x.$$

2. Найти продольные колебания стержня, один конец которого ($x=0$) закреплен жестко, а другой ($x=l$) свободен, при начальных условиях

$$u(x,0) = kx, \quad u_t(x,0) = 0 \quad \text{при } 0 \leq x \leq l.$$

3. Решить смешанную задачу: $u_t = a^2 u_{xx} + \sin 2t$, $0 < x < l$, $t > 0$,

$$u_x(0,t) = 0, \quad u_x(l,t) = \frac{2}{a} \sin \frac{2l}{a} \sin 2t,$$
$$u(x,0) = 0, \quad u_t(x,0) = -2 \cos \frac{2x}{a} \sin 2t.$$

Практическое занятие № 6

Тема: «Метод Фурье для конечного стержня»

Примерные варианты типовых задач:

1. В полуполосе $0 < x < l$ и $t > 0$ для уравнения $u_t = a^2 u_{xx}$ решить смешанную задачу со следующими условиями:

$$u_x(0,t) = u(l,t) = 0,$$
$$u(x,0) = A(l-x).$$

2. Начальная температура бесконечного прямоугольного стержня $0 \leq x \leq p$, $0 \leq y \leq s$, $-\infty \leq z \leq \infty$ является произвольной функцией $f(x, y)$. Определить температуру в стержне, когда часть поверхности стержня $x = 0$, $0 \leq y \leq s$ теплоизолирована, а остальная его поверхность поддерживается при нулевой температуре.

Практическое занятие № 7

Тема: «Метод Фурье для бесконечного стержня»

Примерные варианты типовых задач:

1. Решить задачу об остывании бесконечной цилиндрической трубы $r_1 < r < r_2$, заполненной охлаждающей жидкостью, если температура охлаждающей жидкости равна температуре внутренней поверхности трубы, а внешняя поверхность теплоизолирована. Начальная температура трубы равна $u|_{t=0} = f(r)$, $r_1 < r < r_2$.

2. В полуполосе $0 < x < l$ и $t > 0$ для уравнения $u_t = a^2 u_{xx}$ решить смешанную задачу со следующими условиями:

$$u_x(0,t) = u(l,t) = 0,$$
$$u(x,0) = A(l-x).$$

Практическое занятие № 8

Тема: «Метод Фурье для задач Дирихле и Неймана»

Примерные варианты типовых задач:

1. Найти решения внутренней краевой задачи для уравнения Лапласа, если на границе круга заданы условия:

$$u|_{\rho=a} = A \sin^3 \varphi + B.$$

2. Твердый шар движется с постоянной скоростью в безграничной сжимаемой жидкости, покоящейся на бесконечности. Найти потенциал скоростей.
3. Через грань $y = 0$ бесконечного цилиндра с прямоугольным сечением $0 \leq x \leq p$, $0 \leq y \leq s$ втекает, а через грань $x = 0$ вытекает количество тепла Q . Найти распределение температуры внутри цилиндра, считая, что тепловой поток равномерно распределен по поверхности грани $y = 0$ и соответственно по поверхности грани $x = 0$, а остальные грани тела теплоизолированы

Практическое занятие № 9

Тема: «Функции Грина»

Примерные варианты типовых задач:

1. Найти потенциал поля точечного электрического заряда, помещенного над идеально проводящей заземленной плоскостью $z = 0$ и вычислить плотность поверхностных индуцированных зарядов. Написать решение первой краевой задачи для уравнения Лапласа в полупространстве $z \geq 0$.
2. Найти потенциал электростатического поля, создаваемого точечным зарядом e внутри заземленной сферы.

Практическое занятие № 10

Тема: «Решение уравнений математической физики с использованием специальных функций»

Примерные варианты типовых задач:

1. Однородная круглая мембрана радиуса R с центром в начале координат и закрепленным краем совершает поперечные колебания в среде без сопротивления. Определить колебания мембраны, вызванные
 - а) начальным отклонением $f(r) = A(R^2 - r^2)$ мембраны;
 - б) постоянной скоростью U точек мембраны.
2. Найти распределение температуры в бесконечном однородном круглом цилиндре радиуса R , если начальная температура цилиндра равна Ur^2 для случаев:
 - а) поверхность цилиндра теплоизолирована;
 - б) на поверхности цилиндра происходит конвективный теплообмен со средой, имеющей нулевую температуру;
 - в) температура поверхности цилиндра поддерживается равной T .

3. Найти стационарное распределение температуры в однородном цилиндре ($0 \leq r \leq R, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq l$), если нижнее основание цилиндра имеет температуру T , а остальная поверхность – температуру, равную нулю.

5.2.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта в ходе промежуточной аттестации по дисциплине

Форма проведения промежуточной аттестации по дисциплине: экзамен проводится в устно-письменной форме по экзаменационным билетам, также учитываются результаты текущей успеваемости (тест, РГР, отчет по практическим занятиям, собеседование по теории на практических занятиях и лекциях).

Типовые задания для РГР

Задание 1. Найти решение дифференциальное уравнение в частных производных 1-го порядка

$$1) \quad x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = z, \quad z|_{y=1} = 3x;$$

$$2) \quad \frac{\partial z}{\partial x} + (z - x^2) \frac{\partial z}{\partial y} = 2x, \quad z|_{y=2x^2} = x^2 + x;$$

$$3) \quad z = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} - 3xy, \quad z|_{x=5} = 15y.$$

Задание 2. Найти в указанной области отличные от нуля решения дифференциального уравнения $y = y(x)$, удовлетворяющие заданным краевым условиям (задача Штурма – Лиувилля)

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 1/2 \leq x \leq 3/2, \\ y'(1/2) = y(3/2). \end{cases}$$

Задание 3. Найти общее решение уравнения, приведя его к каноническому виду $49U_{xx} - 14U_{xy} + U_{yy} + 14U_x - 2U_y = 0$.

Задание 4. Найти общее решение уравнения, приведя его к каноническому виду $2U_{xx} + 5U_{xy} - 3U_{yy} = 0$.

Задание 5. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге $\Delta U = 0, 0 \leq r < 3$,

$$U|_{r=3} = \cos^3 \varphi.$$

Задание 6. Решить краевую задачу для уравнения Пуассона в кольце

$$U_{xx} + U_{yy} = \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad 3/2 \leq r \leq 2,$$

$$U|_{r=3/2} = 1, \quad \frac{\partial U}{\partial r}|_{r=2} = 1.$$

Задание 7. Решить задачу для уравнения Пуассона в шаровом слое

$$U_{xx} + U_{yy} + U_{zz} = xz, \quad 1 < r < 3,$$

$$U|_{r=1} = 2, \quad U|_{r=3} = 1.$$

Задание 8. Найти функцию, удовлетворяющую внутри круга уравнению Гельмгольца и на границе круга заданному условию

$$\Delta U + k^2 U = 0, \quad 0 \leq r < 16,$$

$$U|_{r=16} = \sin^3 \varphi.$$

Задание 9. Найти функцию, удовлетворяющую внутри шара уравнению Гельмгольца и на границе заданному условию

$$\Delta U + 25U = 0, \quad 0 \leq r < \pi,$$

$$U|_{r=\pi} = \cos \vartheta.$$

Задание 10. Решить первую смешанную задачу для волнового уравнения на отрезке

$$U_{tt} = \frac{9}{4} U_{xx}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t < \infty,$$

$$U(x, 0) = x(x-1), \quad U_t(x, 0) = 0,$$

$$U(0, t) = U(1, t) = 0.$$

Задание 11. Решить первую смешанную задачу волнового уравнения в прямоугольнике

$$U_{tt} = 49\Delta U,$$

$$U|_{t=0} = xy(7-x)(2-y), \quad U_t|_{t=0} = 0,$$

$$U|_{x=0} = U|_{y=0} = U|_{x=7} = U|_{y=2} = 0.$$

Задание 12. Решить первую смешанную задачу волнового уравнения в круге

$$U_{tt} = 36\Delta U, \quad 0 \leq r < 1, \quad t > 0,$$

$$U(r, 0) = \frac{1}{8}(1-r^2),$$

$$U_t(r, 0) = 0, \quad U(1, t) = 0.$$

Задание 13. Найти решение первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности на отрезке

$$U_t = 9U_{xx}, \quad 0 < x < 8, \quad t > 0,$$

$$U(x, 0) = \begin{cases} x^2/4, & 0 \leq x \leq 4, \\ 8-x, & 4 < x \leq 8, \end{cases}$$

$$U(0, t) = U(8, t) = 0.$$

Задание 14. Найти решение первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности в круге

$$U_t = 7\Delta U, \quad 0 \leq r < 4, \quad t > 0$$

$$U(r, 0) = 16 - r^2, \quad U(4, t) = 0.$$

Задание 15. Используя формулу Пуассона, найти решение задачи Коши для волнового уравнения на плоскости

$$U_{tt} = a^2(U_{xx} + U_{yy}),$$

$$U|_{t=0} = 3x^2 + y^2, \quad U_t|_{t=0} = 0.$$

Задание 16. Используя формулу Кирхгофа, найти решение задачи Коши для волнового уравнения в пространстве

$$U_{tt} = U_{xx} + U_{yy} + U_{zz},$$

$$U|_{t=0} = 5x^2 + 3y^2 + 4z^2, \quad U_t|_{t=0} = 0.$$

Задание 17. Используя формулу Пуассона, найти решение задачи Коши для уравнения теплопроводности

$$U_t = U_{xx},$$

$$U|_{t=0} = e^{-4x^2 - 4x}.$$

Типовые тестовые задания

Примерный вариант тестовых заданий

Часть 1

1. Укажите порядок дифференциального уравнения с частными производными

$$\frac{\partial u(x, y, z)}{\partial x} + 3 \frac{\partial^4 u(x, y, z)}{\partial x \partial y^2 \partial z} = 10x^2$$

- a) первый
- b) второй
- c) третий
- d) четвертый

2. Общим решением уравнения с частными производными $\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x \partial y} = 2x$ является ...

- a) $x^2 y + f(x) + g(y)$
- b) $x^2 y + f(x)$
- c) $2xy + f(x) + g(y)$
- d) $x^2 y + g(y)$

3. Условия, которые задают поведение искомой функции в заданный момент времени во всех точках области изменения пространственных переменных называются условиями

- a) граничными
- b) начальными
- c) первого рода
- d) Коши-Римана

4. Укажите название дифференциального уравнения с частными производными...

- a) каноническое
- b) характеристическое
- c) квазилинейное
- d) однородное

5. Дифференциальное уравнение вида $A(x, y, u) \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} + B(x, y, u) \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} = C(x, y, u)$ является...

- a) линейное неоднородное
- b) квазилинейное неоднородное
- c) нелинейное однородное
- d) линейное однородное

6. Укажите название системы уравнений $\frac{dx}{A} = \frac{dy}{B} = \frac{dz}{C}$ для получения общего решения

дифференциального уравнения $A(x, y, z) \frac{\partial u}{\partial x} + C(x, y, z) \frac{\partial u}{\partial y} + C(x, y, z) \frac{\partial u}{\partial z} = f(x, y, z)$

- a) каноническая
- b) характеристическая
- c) фундаментальная
- d) обобщенная

7. Решением задачи Коши для линейного уравнения первого порядка $3\frac{\partial z}{\partial x} + 4\frac{\partial z}{\partial y} = 0$, $z(x, 0) = \cos 4x$, является...

- a) $\cos(4x + 3y)$
- b) $\sin(4x - 3y)$
- c) $\cos(4x - 3y)$
- d) $4x - 3y + c$

Часть 2

1. Задачей Коши называется задача отыскания решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего условиям...

- a) граничным
- b) однородным
- c) начальным и граничным
- d) начальным

2. Если число $D = B^2 - AC > 0$ для уравнения $Au_{xx} + 2Bu_{xy} + Cu_{yy} = F(x, y, u, u_x, u_y)$, то уравнение называется...

- a) каноническим
- b) эллиптическим
- c) гиперболическим
- d) параболическим

3. Укажите тип уравнения $Au_{xx} + 2Bu_{xy} + Cu_{yy} = F(x, y, u, u_x, u_y)$, если $D = B^2 - AC = 0$

- a) каноническим
- b) эллиптическим
- c) гиперболическим
- d) параболическим

4. Укажите знак числа $D = B^2 - AC$, если уравнение $Au_{xx} + 2Bu_{xy} + Cu_{yy} = F(x, y, u, u_x, u_y)$ является эллиптическим

- a) $D > 0$
- b) $D < 0$
- c) $D = 0$
- d) неизвестно

5. Определите тип дифференциального уравнения с частными производными

$$9u_{xx} - 6u_{xy} + 4u_{yy} + 10u_y - 7xu = 0$$

- a) каноническим
- b) эллиптическим
- c) гиперболическим
- d) параболическим

6. Уравнение с частными производными второго порядка гиперболического типа в канонической форме имеет вид...

- a) $u_{st} - u_{tt} = R(s, t, u, u_s, u_t)$
- b) $u_{ss} + u_{tt} = R(s, t, u, u_s, u_t)$
- c) $u_{st} = R(s, t, u, u_s, u_t)$
- d) $u_{tt} = R(s, t, u, u_s, u_t)$

7. При выводе волнового уравнения используют закон...

- a) сохранения массы
- b) сохранения энергии
- c) сохранения заряда
- d) второй закон Ньютона

8. Физический процесс колебания струны моделируется уравнением...

- a) $u_t = a^2 u_{xx}$
- b) $u_{tt} - a^2 u_{xx} = f(x, t)$
- c) $u_{tt} + u_{xx} = f(x, t)$
- d) $u_t = a^2 u_x$

9. Малые колебания струны означает...

- a) непрерывность графика функции
- b) начальные скорости отсутствуют
- c) маленький угол между касательной к графику кривой и осью Ox
- d) периодичность графика кривой

10. Слагаемое $\frac{f(x+at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_0^{x+at} g(y)dy$ в формуле Даламбера моделирует волну...

- a) обратную
- b) стоячую
- c) прямую
- d) начальную

11. Формула Даламбера $\frac{f(x+at) + f(x-at)}{2}$ моделирует условие

- a) начальная скорость равна нулю
- b) начальное отклонение равна нулю
- c) стоячей волны
- d) начальные скорость и отклонение равны нулю

12. Формула Даламбера $\frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} g(y)dy$ моделирует условие

- a) начальная скорость равна нулю
- b) начальное отклонение равна нулю
- c) стоячей волны
- d) начальные скорость и отклонение равны нулю

13. Условие на концах границы $u_x(0, t) = u_x(l, t) = 0$ на искомую функцию, означает...

- a) концы струны свободны
- b) отсутствует начальная скорость
- c) поперечность колебания
- d) концы струны закреплены

14. Решение волнового уравнения вида $u(x, t) = X(x) \cdot T(t)$ находится методом...

- a) Даламбера
- b) Фурье
- c) Эйлера
- d) характеристик

15. Решение уравнения колебания струны конечных размеров методом Фурье имеет вид...

a)
$$u(x,t) = \frac{f(x+at) + f(x-at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} g(y)dy$$

b)
$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\left(\frac{\pi na}{l}\right)^2 t} \sin \frac{\pi nx}{l}$$

c)
$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{\pi na}{l} t + b_n \sin \frac{\pi na}{l} t \right) \sin \frac{\pi nx}{l}$$

d)
$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{\pi nx}{l}$$

Часть 3

1. Начальным условием для уравнения теплопроводности $u_t = a^2 u_{xx}$ является...

- a) $u(0,t) = f(t)$
- b) $u(x,0) = f(x)$
- c) $u(l,t) = 0$
- d) $u_t(0,t) = 0$

2. При решении краевой задачи $u_t = a^2 u_{xx}$, $u(x,0) = \varphi(x)$, $u(0,t) = u(l,t) = 0$ используется метод...

- a) Даламбера
- b) Фурье
- c) Эйлера
- d) Характеристик

3. Стационарный процесс или процессы, не зависящие от времени, моделируются уравнением...

- a) волновым
- b) теплопроводности
- c) Лапласа
- d) переноса

4. Краевая задача первого рода для уравнения Лапласа $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$, $u|_S = 0$ называется задачей...

- a) Неймана
- b) Дирихле
- c) Штурма-Лиувилля
- d) Коши

5. Решение уравнения Лапласа $u_{xx} + u_{yy} = 0$ вида $u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\frac{\pi nx}{l}} \sin \frac{\pi ny}{l}$ находится методом...

- a) Даламбера
- b) Фурье
- c) Эйлера
- d) характеристик

6. Краевая задача $u_{xx} + u_{yy} = 0$, $u(0, y) = V$, $u(x, 0) = u(x, b) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} u(x, y) < \infty$ является

математической моделью...

- a) изменения электрического напряжения в длинной сети;
- b) распространения тепла в полубесконечной пластине;
- c) конвективного переноса вещества;
- d) распределения электростатического потенциала в полубесконечной пластине.

Перечень вопросов и заданий для подготовки к экзамену (ИПКС-2.1.):

1. Уравнения в частных производных.
2. Линейные уравнения в частных производных первого порядка.
3. Квазилинейные уравнения в частных производных первого порядка.
4. Нелинейные уравнения в частных производных первого порядка.
5. Уравнения, в частных производных второго порядка.
6. Краевые задачи и задача Коши уравнений второго порядка.
7. Классификация уравнений второго порядка со многими независимыми переменными. Метод характеристик.
8. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.
9. Уравнение колебания струны: вывод уравнения, постановка начальных и краевых условий.
10. Бесконечная струна и формула Даламбера.
11. Физический смысл формулы Даламбера.
12. Устойчивость решений уравнений гиперболического типа.
13. Полуограниченная струна, метод продолжений. Задача на ограниченном отрезке, стоячие волны.
14. Метод Фурье.
15. Вынужденные колебания струны.
16. Уравнение свободных колебаний струны.
17. Общая краевая задача для уравнений гиперболического типа.
18. Задача без начального условия для уравнений гиперболического типа.
19. Теорема единственности решения уравнений гиперболического типа
20. Уравнения теплопроводности: вывод уравнения линейной теплопроводности, начальные и краевые условия.
21. Теплопроводность в стержне при наличии теплообмена через боковую поверхность.
22. Метод Фурье для бесконечного стержня.
23. Теплопроводность для полуограниченного стержня, метод продолжений. Метод Фурье для конечного стержня.
24. Задача о распространении тепла в пространстве.
25. Общая краевая задача уравнения теплопроводности.
26. Задача для уравнения теплопроводности на бесконечной прямой.
27. Задача для уравнения теплопроводности без начального условия
28. Теорема единственности решения уравнений гиперболического типа.
29. Принцип максимального значения.
30. Теорема единственности решения уравнений параболического типа на конечном промежутке.
31. Теорема единственности решения уравнений параболического типа для бесконечной прямой. Следствия.
32. Уравнение Лапласа. Уравнение Гельмгольца.
33. Задачи, приводящие к уравнению Лапласа.

34. Задачи Дирихле, Неймана и 3-я краевая.
35. Уравнение Лапласа в криволинейной системе координат.
36. Частные решения уравнения Лапласа.
37. Гармонические и аналитические функции. Интегральные формулы Грина. Основные свойства гармонических функций.
38. Единственность и устойчивость внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
39. Единственность и устойчивость внешней задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
40. Теорема единственности задачи Неймана для уравнения Лапласа.
41. Метод Фурье для задачи Дирихле для круга, сектора, кольца.
42. Метод Фурье для задачи Дирихле в прямоугольной области.
43. Интеграл Пуассона.
44. Функция Грина 1-го рода и ее свойства.
45. Функция Грина 2-го рода и ее свойства.
46. Метод функций Грина (в пространстве и на плоскости).
47. Решение задачи Дирихле для шара.
48. Решение задачи Дирихле для полупространства.
49. Интегралы Эйлера. Гамма – функция.
50. Интегралы Эйлера. Бета – функция.
51. Цилиндрические функции. Уравнение Бесселя.
52. Цилиндрические функции. Функции Бесселя.
53. Простейшие свойства цилиндрических функций.
54. Ортогональность цилиндрических функций 1-го рода.
55. Разложение функций в ряд по цилиндрическим функциям.
56. Цилиндрические функции с мнимым аргументом.
57. Полиномы Лежандра. Уравнение Лежандра.
58. Ограниченные решения уравнения Лежандра. Ограниченные решения уравнения Лапласа.
59. Полиномы Лежандра.
60. Основные свойства полиномов Лежандра (1-3).
61. Основные свойства полиномов Лежандра (4-6).
62. Сферические функции. Уравнение сферических функций.
63. Присоединенные функции Лежандра.
64. Сферические функции и их свойства.
65. Решение гиперболических уравнений с использованием специальных функций.
66. Решение параболических уравнений с использованием специальных функций.
67. Решение эллиптических уравнений с использованием специальных функций.
68. Уравнение Гельмгольца.

Примерные экзаменационные задачи

Примерные варианты задач для итоговой аттестации:

1. Привести уравнение к каноническому виду в каждой из областей, где сохраняется тип рассматриваемого уравнения: $y^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} + x^2 u_{yy} = 0$.
2. Привести уравнение к каноническому виду в каждой из областей, где сохраняется тип рассматриваемого уравнения: $u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + 4u_{yz} + 5u_{zz} = 0$.
3. Найти общее решение уравнения: $e^{-2x} u_{xx} - e^{-2y} u_{yy} - e^{-2x} u_x - e^{-2y} u_y + 8e^y = 0$.
4. Решить задачу колебаний бесконечной струны:

$$u_{xx} + 2 \cos x u_{xy} - \sin^2 x u_{yy} - \sin x u_y = 0,$$

$$u(x, y)|_{y=\sin x} = x + \cos x, \quad u_y(x, y)|_{y=\sin x} = \sin x.$$

5. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности:

$$u_t = u_{xx}, \quad u(x, 0) = e^{-x^2}.$$

6. Решить волновую задачу на полупрямой, методом продолжений:

$$u_{tt} = 9u_{xx} + \sin x, \quad x > 0, \quad t > 0,$$

$$u(0, t) = 0, \quad t > 0; \quad u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0, \quad x > 0.$$

7. Решить задачу теплопроводности на полупрямой, методом продолжений:

$$u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < \infty, \quad t > 0,$$

$$u(0, t) = 0, \quad t > 0; \quad u(x, 0) = e^{-x^2}, \quad 0 < x < \infty.$$

8. Решить задачу колебаний струны в полосе $0 < x < l$, $t > 0$ для уравнения $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ со следующими условиями:

$$u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = t; \quad u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0.$$

9. Решить задачу в полосе $0 < x < l$, $t > 0$ для уравнения $u_t = a^2 u_{xx}$ со следующими условиями:

$$u_x(0, t) = u_x(l, t) = 0, \quad u(x, 0) = x^2 - 1.$$

10. Найти решения $U(x, y)$ уравнения Лапласа в прямоугольнике $0 < x < a$, $0 < y < b$, если заданы следующие граничные условия:

$$U(0, y) = A \cos \frac{\pi y}{b}, \quad U_x(a, y) = 0, \quad U_y(x, 0) = 0, \quad U(x, b) = 0.$$

11. Записать уравнение Лапласа в сплюснутых сфероидальных координатах

$$x = \xi \eta \sin \varphi, \quad y = \sqrt{(\xi^2 - 1)(1 - \eta^2)}, \quad z = \xi \eta \cos \varphi.$$

12. Найти решение внутренней задачи Дирихле в круге радиуса a с центром в начале координат, если заданы следующие граничные условия:

$$U|_{\rho=a} = Axy.$$

13. Найти решение внешней задачи Неймана в круге радиуса a с центром в начале координат, если задано следующее граничное условие:

$$\frac{\partial U}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a} = A(x^2 - y^2).$$

14. Найти решение внутренней задачи Неймана в круге радиуса a с центром в начале координат, если задано следующее граничное условие:

$$\frac{\partial U}{\partial \rho} \Big|_{\rho=a} = Ax.$$

15. Найти решение уравнения Лапласа в кольце $1 < r < 2$, если заданы следующие граничные условия:

$$U|_{r=1} = 0, \quad U|_{r=2} = \sin^2 \varphi.$$

16. Найти решение уравнения Лапласа в круговом секторе $0 < r < R$, $0 < \varphi < \alpha$, если заданы следующие граничные условия:

$$U_\varphi(r, 0) = U(r, \alpha) = 0,$$

$$U(R, \varphi) = A\varphi.$$

17. Доказать ортогональность полиномов Лежандра

5.3. Процедура оценивания результатов обучения по дисциплине

Процедура оценивания формируемых в рамках дисциплины компетенций (элементов компетенций) состоит из следующих этапов:

1. Текущий контроль (описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания на этапе текущей аттестации представлены в табл. 5.1, задания в п. 5.2.1).

2. Промежуточная аттестация (описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания на этапе промежуточной аттестации представлены в табл. 5.2 и 5.3, задания в п. 5.2.2).

Для всего перечня формируемых компетенций (элементов компетенций) дисциплины проводится процедура оценки результатов обучения (табл. 5.6).

Таблицы 5.6 – Процедура, критерии и методы оценивания результатов обучения

Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов				Методы оценивания
	1 критерий – отсутствие усвоения «неудовлетворительно»	2 критерий – не полное усвоение «удовлетворительно»	3 критерий – хорошее усвоение «хорошо»	4 критерий – отличное усвоение «отлично»	
ПКС-2 ИПКС-2.1					
Знать: - основные типы уравнений математической физики; - методы точного решения базовых уравнений математической физики.	Отсутствие усвоения знаний	Недостаточно уверенно понимает и может объяснить полученные знания	На достаточно высоком уровне понимает и может объяснить полученные знания	Отлично понимает и может объяснять полученные знания, демонстрирует самостоятельную познавательную деятельность	Участие в обсуждении дискуссионных материалов на лекциях Тестирование Промежуточная аттестация
Уметь: - решать типовые задачи математической физики - сводить прикладные задачи к уравнениям математической физики; - применять полученные знания для решения прикладных естественнонаучных и профессиональных задач.	Не демонстрирует умения	Не уверенно демонстрирует умения	Достаточно уверенно демонстрирует умения	Отлично демонстрирует умения	Выполнение ПЗ и РГР
Владеть: - классическими методами решения задач уравнений математической физики - методами сведения прикладных задач к задачам математической физики - навыками математической формализации прикладных задач, анализа и интерпретации решений соответствующих математических моделей	Не демонстрирует навыки	Не уверенно демонстрирует навыки	Достаточно уверенно демонстрирует навыки	Отлично демонстрирует самостоятельные навыки	Выполнение ПЗ и РГР

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1 Основная литература

6.1.1 Будак Б.М. Самарский А.А.; Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. Рекомендовано Министерством образования РФ - М.: Физматлит, 2004;2003 - 688 с.

6.1.2 Ильин А.М. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ильин А.М.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.— 192 с. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/12889.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6.1.3 Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007 - 260 с.

6.1.4 Сабитов К. Б. Уравнения математической физики: учеб. пособ. для студентов, обучающихся по специальностям "Математика", "Прикладная математика и информатика" и "Физика" - М.: Высш. шк., 2003

6.1.5 Сабитов К.Б. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]/ Сабитов К.Б.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013.— 352 с. – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/24438.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6.2 Дополнительная литература

6.2.1 Владимиров В.С. Жаринов В.В. Уравнения математической физики. Учебник для ВУЗов. - М.: Физматлит, 2003 - 400 с.

6.2.2 Мартинсон Л.К. Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики.. Учебник для ВУЗов. под ред. Зарубина В.С. - М.: МГТУ, 2002 – 368 с.

6.2.3 Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001 - 344 с.

6.2.4 Соболева Е.С. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики [Электронный ресурс]/ Соболева Е.С., Фатеева Г.М.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012.— 95 с.— – Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. – URL: <http://www.iprbookshop.ru/24697.html>. – Режим доступа: для авторизир. пользователей.

6.3 Методические указания, рекомендации и другие материалы к занятиям

6.3.1 Уравнения в частных производных. Специальные функции: Учебное пособие. / АПИ (ф) НГТУ. Н.Ю. Зюзина. Арзамас, 2011 – 131с.

6.3.2 Методические указания по выполнению расчетно-графических заданий по курсу "Уравнения в частных производных". Методические указания. Сост. Н.Ю. Зюзина. Арзамас: АПИ НГТУ 2010 – 41с.

7. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля), включая электронные библиотечные и информационно-справочные системы

7.1.1 Электронно-библиотечная система издательства «IPRbooks». Режим доступа: www.iprbookshop.ru.

7.1.2 Электронно-библиотечная система издательства «Лань». Режим доступа: <https://e.lanbook.com>

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОВЗ

В таблице 8.1 указан перечень образовательных ресурсов, имеющих формы, адаптированные к ограничениям здоровья, а также сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования.

Таблица 8.1 – Образовательные ресурсы для инвалидов и лиц с ОВЗ

Перечень образовательных ресурсов, приспособленных для использования инвалидами и лицами с ОВЗ	Сведения о наличии специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования
ЭБС «IPRbooks»	Специальное мобильное приложение IPR BOOKS WV-Reader
ЭБС «Лань»	Синтезатор речи, который воспроизводит тексты книг и меню навигации

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, НЕОБХОДИМОЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Учебные аудитории для проведения занятий по дисциплине (модулю), оснащены оборудованием и техническими средствами обучения.

В таблице 9.1 перечислены:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения;
- помещения для самостоятельной работы обучающихся, которые оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду АПИ НГТУ.

Таблица 9.1 – Оснащенность аудиторий и помещений для проведения занятий и самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю)

Наименование аудиторий и помещений для проведения занятий и самостоятельной работы	Оснащенность аудиторий и помещений для проведения занятий и самостоятельной работы
210 - Учебная аудитория г. Арзамас, ул. Калинина, дом 19	Доска меловая, рабочее место преподавателя, 48 посадочных мест
212 - Учебная аудитория г. Арзамас, ул. Калинина, дом 19	Доска меловая, Стол для препод. (1 шт.), Посадочных мест - 64
218 - Учебная мультимедийная аудитория г. Арзамас, ул. Калинина, дом 19	ПК(с подключением к интернету) базе Pentium 7500/2x1024Mb/500Gb/AD52; Проектор ACER X138 WH OLP3700Lm 20000:1 - 1 шт.; Экран д/проектора - 1 шт.; Акустическая система - 1 шт.; посадочных мест - 48; рабочее место преподавателя
228 - Учебная аудитория г. Арзамас, ул. Калинина, дом 19	Доска меловая, рабочее место преподавателя, посадочных мест -82
039 - Учебная аудитория г. Арзамас, ул. Калинина, дом 19	Доска аудиторная меловая; рабочее место преподавателя; 28 посадочных мест студентов
037 - Учебная аудитория г. Арзамас, ул. Калинина, дом 19	Доска меловая, стол преподавателя, 60 посадочных мест
320 - Учебная мультимедийная аудитория г. Арзамас, ул. Калинина, дом 19	Доска магнитно-маркерная; Мультимедийный проектор BENQ;

Наименование аудиторий и помещений для проведения занятий и самостоятельной работы	Оснащенность аудиторий и помещений для проведения занятий и самостоятельной работы
	Экран; Компьютеры PC Intel® Core™ i3-10100/256SSD/8RAM - 14 шт; Посадочных мест - 34
316 - Кабинет самоподготовки студентов г. Арзамас, ул. Калинина, дом 19	рабочих мест студента – 26 шт; ПК, с выходом на телевизор LG - 1 шт. ПК с подключением к интернету -5шт.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

10.1 Общие методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины, образовательные технологии

Дисциплина реализуется посредством проведения контактной работы с обучающимися (включая проведение текущего контроля успеваемости), самостоятельной работы обучающихся и промежуточной аттестации.

Контактная работа проводится в аудиторной и внеаудиторной форме, а также в электронной информационно-образовательной среде института (далее – ЭИОС). В случае проведения части контактной работы по дисциплине в ЭИОС (в соответствии с расписанием учебных занятий), трудоемкость контактной работа в ЭИОС эквивалентна аудиторной работе.

При преподавании дисциплины используются современные образовательные технологии, позволяющие повысить активность студентов при освоении материала курса и предоставить им возможность эффективно реализовать часы самостоятельной работы.

Весь лекционный материал курса, а также материалы для практических занятий находятся в свободном доступе в СДО MOODLE на странице курса по адресу: <https://sdo.api.nntu.ru/course/view.php?id=91> и могут быть проработаны студентами до чтения лекций в ходе самостоятельной работы. Это дает возможность обсудить материал со студентами во время чтения лекций, активировать их деятельность при освоении материала.

На лекциях и практических занятиях реализуются интерактивные технологии, приветствуются вопросы и обсуждения, используется лично-ориентированный подход, дискуссионные технологии, технологии работы в малых группах, что позволяет студентам проявить себя, получить навыки самостоятельного изучения материала, выровнять уровень знаний в группе.

Все вопросы, возникшие при самостоятельной работе над домашним заданием, подробно разбираются на практических занятиях и лекциях. Проводятся индивидуальные и групповые консультации с использованием, как встреч со студентами, так и современных информационных технологий, таких как форум, чат, внутренняя электронная почта СДО MOODLE.

Иницируется активность студентов, поощряется задание любых вопросов по материалу, практикуется индивидуальный ответ на вопросы студента.

Для оценки знаний, умений и уровня сформированности компетенции в процессе текущего контроля применяется система контроля и оценки успеваемости студентов, представленная в табл. 5.1. Промежуточная аттестация проводится в форме зачета с использованием системы контроля и оценки успеваемости студентов, представленной в табл. 5.2.

10.2 Методические указания для занятий лекционного типа

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов тематического плана. В ходе лекционных занятий раскрываются базовые вопросы в рамках каждой темы дисциплины. Обозначаются ключевые аспекты тем, а также делаются акценты на наиболее сложных и важных положениях изучаемого материала. Материалы лекций являются основой для подготовки обучающихся к практическим занятиям и выполнения заданий самостоятельной работы, а также к мероприятиям текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине.

10.3 Методические указания по освоению дисциплины на занятиях практического типа

Практические занятия представляют собой детализацию лекционного теоретического материала, проводятся в целях закрепления курса и охватывают все основные разделы. Основной формой проведения практических занятий является обсуждение наиболее проблемных и сложных вопросов по отдельным темам, а также решение задач и разбор примеров в аудиторных условиях.

Практические (семинарские) занятия обеспечивают:

- проверку и уточнение знаний, полученных на лекциях;
- развитие умений и навыков дискуссионного обсуждения вопросов по учебному материалу дисциплины, выработки собственной позиции по актуальным вопросам (проблемам);
- подведение итогов занятий (результаты тестирования, готовность отчетов по практическим занятиям, готовность домашних заданий, выполненных в ходе самостоятельной работы).

Приводятся методические указания для студентов по выполнению и оформлению практических работ.

10.4 Методические указания по самостоятельной работе студентов

Самостоятельная работа обеспечивает подготовку обучающегося к аудиторным занятиям и мероприятиям текущего контроля и промежуточной аттестации по изучаемой дисциплине. Результаты этой подготовки проявляются в активности обучающегося на занятиях и в качестве выполненных практических заданий и других форм текущего контроля.

В процессе самостоятельной работы рекомендуется проработка материалов лекций по каждой пройденной теме, а также изучение основной учебной и справочно-библиографической литературы, представленной в разделе 6.

Для выполнения самостоятельной работы при изучении дисциплины студенты могут использовать специализированные аудитории (см. табл. 9.1), оборудование которых обеспечивает доступ через «Интернет» к электронной информационно-образовательной среде института и электронной библиотечной системе, где располагаются учебные и учебно-методические материалы, которые могут быть использованы для самостоятельной работы.

10.5 Методические указания для выполнения РГР

Приводятся методические указания для студентов по выполнению и оформлению РГР.

10.6 Методические указания по обеспечению образовательного процесса

1. Методические рекомендации по организации аудиторной работы. Приняты Учебно-методическим советом НГТУ им. Р.Е. Алексеева, протокол № 2 от 22 апреля 2013 г. Электронный адрес:

https://www.nntu.ru/frontend/web/ngtu/files/org_structura/upravleniya/umu/docs/metod_docs_ngtu/metod_rekom_auditorii.PDF.

2. Методические рекомендации по организации и планированию самостоятельной работы студентов по дисциплине. Приняты Учебно-методическим советом НГТУ им. Р.Е. Алексеева, протокол № 2 от 22 апреля 2013 г. Электронный адрес: https://www.nntu.ru/frontend/web/ngtu/files/org_structura/upravleniya/umu/docs/metod_docs_ngtu/metod_rekom_srs.PDF.

3. Учебное пособие «Проведение занятий с применением интерактивных форм и методов обучения», Ермакова Т.И., Ивашкин Е.Г., 2013 г. Электронный адрес: https://www.nntu.ru/frontend/web/ngtu/files/org_structura/upravleniya/umu/docs/metod_docs_ngtu/provedenie-zanyatij-s-primeneniem-interakt.pdf.

4. Учебное пособие «Организация аудиторной работы в образовательных организациях высшего образования», Ивашкин Е.Г., Жукова Л.П., 2014 г. Электронный адрес: https://www.nntu.ru/frontend/web/ngtu/files/org_structura/upravleniya/umu/docs/metod_docs_ngtu/organizaciya-auditornoj-raboty.pdf.

**Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины
на 20 ____/20 ____ уч. г.**

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института:

Глебов В.В.

« ____ » _____ 20 ____ г.

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

1)

2)

или делается отметка о нецелесообразности внесения каких-либо изменений на данный учебный год

Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры, протокол от _____ № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (ФИО)

Утверждено УМК АПИ НГТУ, протокол от _____ № _____

Зам. директора по УР _____ Шурыгин А.Ю.
(подпись)

Согласовано:

Начальник УО _____ Мельникова О.Ю.
(подпись)

(в случае, если изменения касаются литературы):

Заведующая отделом библиотеки _____ Старостина О.Н.
(подпись)